

编者按：2009 年底，作者应邀在南开大学做了一次讲座，主要内容涉及物理专业领域学生如何在非物理领域取得成功。本刊编委李学潜教授认为讲座的内容对做物理的学生和老师，以及那些还没有进入大学的高中生可能有启发作用，因此邀请作者将讲座内容整理成文，作为本刊“学物理能做什么”系列文章的第二篇。

从牛顿到金融危机

——从物理、通信技术和投资的关系谈起

李 斌

本文从牛顿对投资泡沫的反思谈起，介绍一些看似不相关的领域是如何紧密联系的，一些基本的科学观念和方法，尤其是物理的概念在现代通信技术，金融投资领域的渗透。本文主要介绍两个方面的联系，熵与定量投资，热传播方程与金融危机。本文也提出了一个问题，投资泡沫是否可以用和统计物理中临界点现象类似的模型来研究。除了对相关领域的介绍，本文也简单介绍几位参与其中的人物，因为不同领域联系的建立常常是由于一些人做了跨领域的工作。

一、从牛顿投资说起

谈及物理学，从牛顿说起应该是一个不错的开始。牛顿对现代科学的许多方面有奠基性的贡献。他通过发展微积分、经典力学和万有引力理论，成功地计算了行星的运行。从个人生活方面来说，他比较入世，曾担任当时英国皇家造币厂厂长。值得一提的是他赶上了人类历史上一次有名的投资泡沫。

当时，南海公司（South Sea Company）据说发现了大油田，消息经过炒作，人们疯狂地涌向这家公司去投资。许多人拎着钱袋，排队夜宿街头，争抢着给这家公司的投资代理商送钱。一时，尘嚣四起。

等尘嚣散去，像所有的投资泡沫一样，许多人亏了钱。折合成今天的币值，牛顿亏了大概超过一百六十万英镑，约一千七百万万人民币。如果你有朋友在中石油最高点（或上证指数 6000 多点）时被套牢，你可以安慰他，“至少，你不比牛顿差”。

事后，牛顿说了一句话：“我可以计算出天体运行的轨道，但不能描述人们的混乱和疯狂”（I can calculate the movement of the stars, but not the madness of men）。这样看似有些气馁的话，实际上显示出牛顿

的超人远见之处。因为他体会到了，要描写人们的疯狂混乱，需要经典动力学以外的概念。第一个需要的概念就是：熵。

二、玻尔兹曼熵

热学，这个发源于研究基本的热传导现象的学科，经过长期的发展，在 19 世纪成为一个奠定在分子运动论基础之上的比较严谨的科学。其中集大成的是玻尔兹曼及另外一些人提出的熵的统计解释。

简单地讲，熵是描述一个多体系统的混乱程度。举例来说，一个打碎了的杯子比完全相同的没打碎的杯子所具有的熵更大，因为打碎了的杯子的结构更混乱一些。在热力学里，熵的数学表示是：

$$S = -k \sum p_i \log p_i. \quad (1)$$

k 是玻尔兹曼常数， p_i 是各个微观态发生的概率，它们的归一化为 $\sum p_i = 1$ 。一个系统越混乱，它包含的微观态就越多，熵就越大。（熵及与其相联系的熵增原理对于现代科学有极为重要的影响。关于这方面的介绍，请参看冯端、冯少彤，《熵的世界》，科学出版社，2005）。

熵，这样一个极其基本的描写多体系统混乱程度的量，没有直接进入到投资领域。（如果牛顿知道熵的概念，大概就不一样。玻尔兹曼远不如牛顿入世，大概没有尝试过把他的理论运用到投资中）。实际上，熵是通过现代通信技术才进入投资领域的。

三、现代通信技术和香农熵

第二次世界大战中，由于战争的需要，美国军方大力发展现代通信技术。战后，他们仍然大力支持通信技术研究。先后在贝尔实验室，麻省理工学院工作、学习的香农（Claude Shannon, 1916~2001）在 20 世纪 40 年代末，做出了开创性的工作，奠定了现代

通信技术的理论基础。香农对通信技术的贡献是多方面的和原创性的，这里简单介绍几个贡献。

一个通信系统可以简单地理解为，有一个发送端、一个接收端、一个连接发送端和接收端的通路，通常称为信道。通常遇到的实际通信问题是，发送端不断地发送很多信号，接收端接收到很多信号，由于信道常常有噪音，信号在信道中传输常常有损失和扭曲，导致接收端接收到的信号和发送端发的信号很不一样。通信技术研究的内容包括如何从接收到的信号中恢复发送端发出的信号，以及给定一个信道，如何能通过这个信道在一定时间内传输尽可能多的信息。

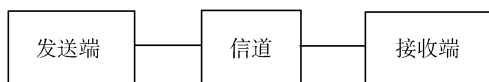


图1 通信系统概念图

举例来说，大家上网常用到的宽带 DSL 服务，它有两端：一端是位于用户端的 DSL Modem，俗称“DSL 猫”；另一端是 DSLAM，归各种电信运营商管理。连接“DSL 猫”和 DSLAM 的电话线就是信道。宽带上网的网速就是指 DSL 系统的传输速度。

再举一个例子，大家都用到的无线业务，手机是一端，基站是另一端。连接手机和基站的空间就是信道（追根求源的话，这个信道的特性就是电磁波在空气以及介质，包括墙壁中的传输特性，应该求解麦克斯韦方程在复杂介质和边界条件的解，同时要考虑别的干扰。如一个手机信号对邻近的手机，一个基站信号对临近的基站就是干扰。但在实际应用中，信道的特性常常是测量出来的，而不是通过求解麦克斯韦方程）。

通常，如果有可能，人们都是想要更高的传输速率，无论对于有线还是无线传输都是如此。香农对通信技术的主要贡献是给出了一个通信系统的传输速率的上限

$$C = B \log_2(1 + S/N). \quad (2)$$

这里， B 代表频段的宽度， S 代表信号强度， N 代表噪音强度， S/N 代表信号噪音比（一般而言，信号噪音比依赖于频率，上述公式应该换成积分形式）。

由公式（2）可见，一个通信系统的传输速率的上限是由通信频宽和信噪比决定的。这个公式对于通信技术是很基本的。通信技术经常研究的一个问题，就是如何提高系统的性能，使它的传输效率尽可能地

逼近理论上限（2）。

举例来说，在 DSL 技术之前，电话线上的数据传输技术通常是音频段的 modem 技术（voice band modem）。这种技术只用一个很窄的频段，通常只有 4 千赫兹。最高传输速率只能达到 56 千比特/秒。早期的 DSL 技术，ADSL1 用了 1.1 兆赫兹的频段，把实际最高传输速率提高到几兆比特/秒。ADSL2+用了 2.2 兆赫兹的频段，把实际最高传输速率提高到 24 兆比特/秒。ADSL 的后续技术，VDSL2+用了 17 兆赫兹的频宽，可以提供 30~100 兆比特/秒（用户能够达到的实际传输速率还取决于很多因素，比如 DSL modem 和 DSLAM 的距离）。

从上面来看，好像通过拓展频宽来提高传输速率是很容易的，而实际实现上远没有这么简单。早期 DSL 技术，单是斯坦福大学的 John Cioffi 教授和他的学生就投入了近十年时间的研究。从早期 DSL 发展到今天的 VDSL2+，用了差不多二十年的时间。

提高通信速率的另一个方面是提高信噪比。通常信号强度是有限制的，不能无限制地提高。这是由于，一方面，高的信号强度会给“周围邻居”造成更大的信号干扰，这在无线通信和许多有线通信应用中都是需要控制的；另一方面，高的信号强度意味着更高的能源消耗，在当前世界节能减排的大趋势下，这也是需要避免的。对于手机等移动通信设备，高的信号强度意味着更短的电池工作时间。因此，在给定信号强度时，人们通过各种技术降低噪音，来提高通信速率。还是以 DSL 技术为例，VDSL2+之后，为了提高速率，一种基于协同处理的降低噪音的技术正在被研究，并被融合到相关的国际标准。用了这种最新降低噪音技术的 DSL 技术称为“矢量 DSL”(VectorDSL)。由 ASSIA 等公司推动的这项技术，会进一步提高通过电话线的数据传输速率，使之可以达到数百兆比特/秒。这与常用的光纤接入技术性能上相似，但成本却只有光纤接入解决方案的几分之一或更低。

这种数据传输速率对频段和信噪比的依赖，一样适用于无线通信。不同的无线通信技术，常常使用不同的频段，以及有特定的信噪比。对于无线通信，频段是稀缺资源，不同的运营商，不同的技术常常为一个频段的使用权发生争吵。

说了这些应用，就是为了说明香农定理对于通信技术的贡献是多么的重要。这样一个对通信技术极为

根本的定理，香农是通过研究香农熵得到的。举一个例子来说明香农熵。一个记者到现场看国足和韩国队的比赛。为了能尽快在比赛结束时把消息发出去，这位记者比赛之前提前写好了两条短消息：“国足赢了”，“国足输了”，并准备在比赛结束时从中选择一个发出去。香农研究了这样一个问题，这个记者将要发出去的消息包含的信息量是多少？比赛之前，由于不知道哪一个结果会发生，我们不知道哪一条消息会被发出去，只能假设两个结果都有一定的概率发生，并来研究将要发出去的消息包含的平均信息量是多少。

我们把这两个结果发生概率记为： $p_0, p_1, p_0 + p_1 = 1$ 。对这个例子，香农发现可以用如下定义的 H 来描写每条消息包含的平均信息量，

$$H = -(p_0 \log_2 p_0 + p_1 \log_2 p_1). \quad (3)$$

这个 H 就是香农熵（在我国大部分热学教科书上香农熵写为信息熵）。

对于一般的一个通信系统，需要发送的消息 (symbol) 有多个，假设每个消息可能出现的概率是 p_i ，那么它的香农熵是：

$$H = -\sum p_i \log_2 p_i. \quad (4)$$

如果对比公式(1)和(4)，就会发现香农熵和玻尔兹曼熵的确很相似。这种相似不仅显示在数学表达式上，它们的统计意义也是非常相似的。一个系统越混乱，它的玻尔兹曼熵就越大；一个系统越混乱，它包含的信息量越大，它的香农熵就越大（从这个意义上理解，热力学第二定理——熵增原理，可以理解为信息量增加原理）。

为什么一个系统越混乱，它包含的信息量越大？这可能有些与直觉相抵触。我们举一个例子来解释它。有一张方格子纸，它可以有两种状态。一种是全部格子都涂成同一种颜色，比如蓝色。另外一种状态是每个格子的颜色都是完全任意随机的。那么从感官上，第二种状态比第一种状态“更混乱”。哪种状态包含的信息量更多呢？第一种状态包含的信息量是很少的，因为为了完整地描述它的状态，我们只需要说全部格子都是蓝色。第二种状态，为了完整地描述它的状态，我们需要给出每个格子的颜色。这个例子又是现代数字压缩技术的理论基础，被广泛地应用到存储、图形和图像的压缩传输。一个系统可以被压缩的最大程度取决于它所包含的信息量。

香农不仅仅导出了一个通信系统的传输速率上限公式(2)，还定义了我们通常说的信息量的单位“比特(bit)”。由于现代通信技术和计算机的广泛应用，比特已经进入人们的日常生活用语。也许你已无意识时常在用这个词了。比如，你会说：“我用的宽带上网 ADSL 的速度是 24 兆的，我的 3G 无线上网的速度是 1.5 兆的，或我买了一个的 20G 的移动硬盘”。这里，24 兆就是指 24×10^6 比特/秒，1.5 兆就是指 1.5×10^6 比特/秒，20G 就是说移动硬盘的存储容量是 20×10^9 字节(byte)，一个字节有 8 个比特。这个移动硬盘存储容量是 $20 \times 10^9 \times 8 = 160 \times 10^9$ 比特。或许你已经注意到了，上面的例子中比特既被作为通信传输的单位，又被作为计算机存储的单位。实际上，正是它搭建了沟通现代通信技术和计算机技术的桥梁。

那么，一个比特是如何定义的？在我们举的例子中，如果国足赢和输的概率都一样， $p_0 = p_1 = 1/2$ ，代入公式(3)就会算出： $H = 1$ 比特。也就是说，这种情况下，这个记者将要发出去的消息包含的信息量就是一个比特。回到物理学的例子：对于一个真空中的自由电子，它只有两个微观态，自旋向上或向下，这两个微观态发生的概率都是一样的， $p_0 = p_1 = 1/2$ 。那么这个系统的香农熵是 $H = 1$ 比特，玻尔兹曼熵是 $S = k \ln 2 = 0.9569939 \times 10^{-23}$ 焦耳/开尔文。由于香农熵和玻尔兹曼熵都是关于系统混乱的描写，他们是一样的，所以

$$1 \text{ 比特} = 0.9569939 \times 10^{-23} \text{ 焦耳/开尔文}, \quad (5)$$

(5)式是很有意思的。因为，出现在左边是信息量的单位，出现在右边是能量焦耳和温度开尔文的单位。这说明了信息和能量温度是可以转换的。如何理解这种转换呢？有待进一步地研究。在物理学中，玻尔兹曼常数、光速和普朗克常数是三个最基本的常数，而后两个常数都给物理学带来了革命性的突破。香农除了对通信技术做出了巨大贡献以外，他对于股票投资也很有兴趣。

四、香农和股票投资

香农做股票投资，当然会和普通人不一样。他尝试用科学的方法来研究股票投资。香农没有发表过任何他关于股票投资研究的文章，他在麻省理工学院做过两个关于股票投资演讲。我们知道，香农和他的一些学生很早（20 世纪 70 年代）就开发过一些试图用于股票投资的算法和计算机程序。

特别是他仔细研究了一个投资策略，持续重新平衡组合(Constant Re-balance Method)。这种策略的一个简单形式是，对一个投资组合，举例来说，一个包括几十支股票的股票基金，如果投资人不断地“抛高吸低”，就是说，把基金中表现好的股票卖掉一些或全部，买进一些基金中表现差的股票，那么，长期而言，这种投资策略一般会有很好地回报（对于香农他们当时研究的投资市场）。这种“抛高吸低”的频率可高可低，如果选择用比较高的交易频率，这就演化成高频交易的一种策略。（除了股票价格，持续重新平衡组合还可以依照一些别的投资参数进行重新平衡组合）。

香农本人的投资实际上并没有用到上述方法，因为他发现，持续重新平衡组合需要频繁交易，要花很多交易手续费，而且在 20 世纪 70 年代，计算机和网络技术都不成熟，对于具体应用这一策略也有难度。我们后面要提到，进入八九十年代后，这个方法被许多定量高频对冲基金(Quantitative High Frequency Hedge Funds)采用了，并融合到他们的投资策略中（对冲基金是投资基金的一种。与一般的基金相比，它们受到的监管比较少，可以采用比较灵活的投资手段、方法和技术。比如可以做空，可以做高频交易，以及投资我们后面要提到的各种金融衍生品）。

即便如此，香农本人的股票投资是非常成功的。因为他在工业界有广泛的联系，他选择了投资一些朋友的公司（用今天的话讲就是投资“团队”）。香农本人的投资主要包括惠普(HP)、Teradyne 这样一些成功的高科技企业。同期，他的投资回报率超过了沃伦·巴菲特(Warren Buffett)。

香农本人虽然没有用通信理论的方法做投资（持续重新平衡组合和香农熵实际上是有联系的），但他影响了很多人把通信理论应用到投资领域。我们这里提几个有代表性的人，凯利(J.L.Kelly)、爱德华·绍帕(Jr.Edward O.Thorp)、欧文·伯莱坎普(Elwyn Berlekamp)和汤姆·库沃(Thomas Cover)。

五、凯利和投资中的资金分配

凯利是香农的朋友和同事，20 世纪 50 年代初在贝尔实验室研究通信技术。他发现，通信系统可以等价地用一个连续赌博系统来研究。并由此提出了一个很有意思的判据，被称为凯利判据。

举个最简单的例子来解释这个凯利判据。如果有

一种赌博（或投资）机会，你可以不断重复下注。假若你赢的概率是 $p=0.6$ ，输的概率是 $1-p=0.4$ 。如果你赢了，你用来投资的钱就翻倍；输了，钱就全部损失了（Double or Nothing）。那么，你每次应该用你手中资金的多少去投资以便达到最好的回报？显然，一次就把全部钱都投进去不是一个好的策略。如果赌错了，根本就没有再捞回来的机会。

正确的答案是： $2p-1=0.2$ 。 (6)

你每次应该用你手头资金的 20% 去赌。你可以期待，平均每赌 36 次，你手里的钱就会翻一番。（一般而言，如果赢的概率是 p ，并且 $p>0.5$ ，这个问题的答案是 $2p-1$ ；如果 $p<0.5$ ，就不应该参与。）

显而易见，这是一个与投资有关的问题，但是凯利是在研究通信理论中的公式(2)时发现的。大家可以看的出来，这个判据对于基金管理中资金分配是有意义的。因为，如果基于某种模型和历史数据，基金经理对于一种投资策略“赢”的概率有一定的估算，那么这时凯利判据就告诉基金经理一次应该投资多少资金。

凯利本人是否把他的方法用于个人投资就不得而知了，但受香农影响的另外几个人却对投资领域有知名的影响。这里简单地提一下。

六、汤姆·库沃、爱德华·绍帕和欧文·伯莱坎普

斯坦福大学电子工程系教授汤姆·库沃（美国工程院院士）进一步深刻地研究了如何把香农熵应用到投资领域，并提出了一个有意思和有争议的“普适组合”(Universal Portfolio)理论。他从理论上论证了“普适组合”是一种最优投资方法，虽然他并没有给出在实际投资中应当如何构建“普适组合”。

这个“普适组合”在通信理论界是被大家认可的，库沃教授为此得到了通信理论领域最高奖——香农奖，但这个理论却遭到了著名经济学家、诺贝尔奖获得者萨缪尔森(Paul Samuelson, 1915~2009)的强烈批评。萨缪尔森为此写了一篇全文只用单音节的词的反驳文章（只是在注释中用了多音节的词）。库沃教授曾尝试把他的理论付诸实践，开过一个对冲基金，关于他的这个对冲基金，人们了解得不多。

爱德华·绍帕是早期成功定量投资的先行者之一，他把凯利判据应用到投资中，也办过对冲基金。后来，绍帕写过许多定量投资的文章。这是不多见的，因为大部分对冲基金的管理人员对他们的投资

策略是避而不谈的，即便他们离开他们管理的基金已经多年。

欧文·伯莱坎普是加州大学伯克利分校数学系退休教授，美国科学院、工程院院士，是一个研究领域非常广泛的人。他在通信领域、密码学和数学等许多领域有广泛的贡献。举例来说，他发明了通信领域中非常有用的 Reed-Solomon 编码的解码方法。他成功地开创了一个密码技术公司，并把公司做上市。他的最新研究领域是有关围棋中终盘（又叫“官子”）的数学理论。2009 年元旦，作者在旧金山举办的江铸久杯围棋赛上遇见了伯莱坎普教授。在一盘棋后问他：“你的围棋理论研究对你比赛有没有帮助？”，他说：“到收官时，我已经落后太多。”言下之意，到收官时如果不是落后太多，那可就不一定了。关于伯莱坎普和围棋，江铸久和芮乃伟曾写过一篇很好的文章《喜欢围棋的数学天才欧文·伯莱坎普博士》。研究围棋的数学理论有什么意义呢？对国际象棋的计算机研究曾经对计算机科学的发展起到非常重要的作用。图灵在 1947 年，香农在 1949 年发表的关于国际象棋的计算机研究是理论计算机科学的奠基性的工作之一。伯莱坎普教授本人在 1962 年发表的这方面的工作也是计算科学中的重要工作。由于计算机已经可以战胜人类国际象棋大师，这方面的部分研究就转移到关于围棋的数学理论的研究上了。为什么要研究围棋的终盘呢？因为围棋太复杂了，终盘是相对而言比较容易的一部分。历史上，国际象棋的计算机研究也是从对终盘的研究开始的。

这里提及伯莱坎普的另一个原因是，他和大名鼎鼎的文艺复兴基金公司(Renaissance Technologies)的联系。

七、文艺复兴基金和詹姆斯·西蒙斯

文艺复兴基金公司是目前为止最成功的定量对冲基金公司之一。文艺复兴基金公司是由詹姆斯·西蒙斯于 1982 年创办的。这个公司中最成功的基金叫大奖章(Medallion)基金。大奖章基金在过去二三十年有着非常优秀的回报。西蒙斯凭着少许的资本，依靠大奖章基金多年优厚的回报，目前个人资产有 85 亿美元之多(《福布斯》2010 年 3 月的数据)。大奖章基金是由 Axcom Trading Advisors 设立的。伯莱坎普对 Axcom 起了很重要的作用，曾经是它的最大的股东和总经理(President and CEO)，并制定了它的投资策

略。伯莱坎普在 1991 年把 Axcom 基金以不菲的价格卖给了文艺复兴基金公司。(可见，伯莱坎普做的非常数学的研究，诸如编码、密码理论和算法研究都给了他丰厚的经济回报，不知道他目前研究的围棋终盘的数学理论，又会带来什么样的回报?)

西蒙斯是一个卓有成就的数学家，多年来担任纽约州立大学石溪分校数学系主任。他博士毕业后，曾在伯克利大学和陈省身先生工作过一段时间。他们一起提出的陈一西蒙斯不变量在微分几何、量子场论和超弦理论中都是非常重要的一个概念。

另一个非常成功的对冲基金的创始人 大卫·萧(D.E.Shaw)对他的评价是：“他是一个第一流的学者，用真正科学的方法做(炒股)交易，很少有人像他那样。(He is a first-rate scholar, with a genuinely scientific approach to trading. There are very few people like him).”大卫·萧自己创立的对冲基金也是非常成功的，从少许的资本开始，他目前也有 25 亿美元的身价(《福布斯》2010 年 3 月的数据)。大卫·萧获得斯坦福大学计算机博士，在创立对冲基金前曾在哥伦比亚大学任助理教授。

投资成功之后，西蒙斯和大卫·萧都热衷于捐款和公益事业。比如，西蒙斯曾多次捐款给杨振宁先生所在的纽约州立大学石溪分校物理系及布鲁克海文(Brookhaven)国家实验室。大卫·萧热衷于捐款支持基础生命科学研究。顺便提一下，互联网电子商务的最成功的公司之一——亚马逊公司的原始的思想是当时大卫·萧公司的一个员工 Jeff Bezos 提交给公司的一个内部建议。

另外值得一提的是，西蒙斯曾经做过三年的密码学的研究。文艺复兴基金公司还聘用了多位做自然语言处理研究的专家。熵在自然语言处理研究方面也是非常重要的，因为一段语言中包含的信息量与这段语言的熵是紧密相关的。

西蒙斯、大卫·萧和绍帕等通过科学的方法来投资。按照西蒙斯的话，这种投资的特点是：“依照基本面的(炒股)交易让我难受，因为我懂科学(Fundamental trading gave me ulcers, Science, I understood)”，并依照科学的办法来投资。并由此诞生了一个新的工种“矿工(Quant)”。近年来，大批物理、数学、统计、计算机、电子工程专业的博士和专业人士转行做了“矿工”。其中，许多人都在定量对冲

基金工作。

一般而言，对冲基金的投资策略和方法都是对外保密的。但我们前面提到的持续重新平衡组合，凯利判据和高频交易至少一度曾被多家对冲基金所采用。

追溯历史，起源于热学研究的熵，通过通信理论进入到了投资领域。许多人也许依靠建立在上面的一些方法得到了丰厚的回报，并开创了定量投资的方向。但另外一个与热学相关的方程，对现代西方金融体系有着更大的影响，甚至与发生自 2007 年开始的金融危机有着不可分割的联系。为介绍这个方程，我们先得介绍一下股票期权的概念。

八、股票期权和热传播方程

简单地讲，股票期权是一种权力，拥有它的人就是拥有一种在未来可以行使的权力。这种权力的最简单的形式是在未来某个特定的时间，可以用一定的价格购买或出售所对应的股票。股票期权最原始的用处是人们为了预防对未来不确定的一种保险。

举例来说：一只股票 A，今天的价格是 28 元/股。你计划在今后三个月或六个月投资这只股票。为什么不在今天投资呢？可以有非常多的原因。举例来说，目前资金不到位，或三到六个月后，你的商业运作需要你持有这只股票；甚至更简单，你认为这只股票今后会涨，但你不想要现在就进入市场，以便保持资金的流动。可是，你又想做些什么来预防这只股票今后涨很多，你丧失以后买它的机会。股票期权的原始用处就是为了满足这种需求设置的。你可以到股票期权市场看看这只股票的期权（call option，又称看涨期权，买方期权）的价格。（股票期权交易在西方金融交易市场是很普通的，国内暂时还没有开放股票期权交易，其原因与我们下面要讨论的金融衍生物的风险是紧密相联系的。有鉴于国内有可能近期开放股票期权交易，我们举例仍然用元做货币单位，而不用西方货币单位）。

你会发现如表 1 所示：

表 1

股票目标价格(元)	15	20	28	33	40
3 个月期权的价格(元)	13.45	8.15	1.18	0.07	0.02
6 个月期权的价格(元)	15	7.85	1.9	0.33	0.03

表 1 的第一行是股票的目标价格，第二、第三行是不同时间到期的期权的价格。比如说，你花了 1.18

元/股购买了三个月后目标价格是 28 元/股的期权，这样你就有了权力，在三个月后，可以用 28 元/股购买这只股票，而不论这只股票当时的价格。这是一种权力，你可以行使它或不行使它。如果三个月后，股票价格低于 28 元/股，你就没有必要去行使这种权力。如果三个月后，股票价格高于 28 元/股，你就可以去行使这种权力。举例来说，如果三个月后，股票价格是 35 元/股，你仍然可以用 28 元/股去买进，因为你有这种权力。

举一个幸运买家的例子。

出于商业需求，你决定购买 10 万股三个月后目标价格是 40 元/股的期权。按照上面的表，这个期权的价格是 0.02 元/股。这样，你只需要付出 $100000 \times 0.02 = 2000$ 元就可以购买这样一份权力，容许你三个月后，用 40 元/股的价格来购买 10 万股股票。我们进一步假设，由于股票市场表现非常好，加上这只股票有出人意料的重大好消息，这只股票三个月后的价格涨到了 50 元/股。由于你拥有 40 元/股的买方期权，你就可以行使这个权力，用 40 元/股的价格买进 10 万股这只股票。这样你的投资回报就是 $100000 \times (50 - 40) = 1000000$ 元。由于你动用的资金是 2000 元，你的投资回报率是 $1000000 / 2000 = 500$ 倍。（为了简单说明，我们忽略了一些期权交易手续费用。由于期权和保险的相似，这个幸运买家的投资回报，又可以解释为，花了 2000 元买了一份保险，保险公司后来为此赔给了这位买家一百万元。）作为对比，如果你不是用股票期权，而是直接购买股票的话，购买 10 万股股票，需要资金 $100000 \times 28 = 2800000$ 元。三个月后，由于涨到了 50 元/股，你的投资回报是 $100000 \times (50 - 28) = 2200000$ 元，你的投资回报率是 $2200000 / 2800000 = 78.57\%$ 。虽然说，三个月就有 78.57% 的投资回报率是非常优秀的，但仍然和使用期权获得的 500 倍的投资回报率相差悬殊。

这个例子说明股票期权的一个重要特点：杠杆效应（用武侠小说中的话就是“四两拨千斤”）。你可以用较少的资金，对未来有较大的控制影响。股票价格本身一个较小的变化，可以导致股票期权价格一个较大的变化。

这个例子引出了两个有意思的问题。

第一，这个股票期权的价格是怎么决定的？

第二，你只用了 2000 元购买股票期权，三个月

后你赚了一百万元。那么，明显的是卖给你股票期权的一方（卖家）亏了钱（成为不幸的卖家）。那么卖家为什么要卖给你这个期权？

第二个问题比较容易解释，我们先回答它。在上面的例子中，如果三个月后，股票价格没有涨到 40 元/股（例如股票价格涨到了 39.99 元/股），到时，这个期权就没有价值。你就会损失你最初的 2000 元的投资，这 2000 元就进了期权卖家的腰包。期权卖家认为，三个月后，股票涨到 40 元/股以上的概率非常小，他承担的风险很小，所以他就愿意用很低的价格 0.02 元/股卖这个期权。如果他认为三个月后，股票涨到 40 元/股以上的概率比较高，他承担的风险较大，那么对同一个期权（三个月后，目标股票价格是 40 元/股的期权），他的要价就会比较高。当然，如果他的要价过高，就没有买方了。

可见，这里面的一个核心问题是，如何给一个特定的期权定价。从直观上看，一个股票期权的价格 f 取决于这只股票此刻的价格 S ，这只股票未来的目标价格 $S(t)$ ，时间间隔 t ，利息 r 以及这只股票价格未来走向的不确定程度 σ (volatility 又被翻译成波动性)。上述几个因素中，股票期权的价格依赖于时间间隔，是由于未来越远不确定程度就越大，正如俗话说“夜长梦多”。股票的期权依赖利息，一方面是由于涉及未来的投资，原始资本可以看成是从银行借来的；另一方面，利息影响人们的投资。举例来说，如果银行的存款利息非常高，那么人们就更愿意把钱放到银行，去追求无风险回报，而不是去购买期权。

那么，一个股票的期权是如何依赖上面列的因素呢？

答案就是大名鼎鼎的 Black-Scholes-Merton 方程，而这个方程就是热扩散理论中的一类热扩散方程。这个热扩散方程根源于爱因斯坦研究过的布朗运动。为什么股票的期权价格遵循一个热扩散方程？因为股票价格本身的变化遵循一类布朗运动（至少理论上可以通过这样的模型来研究）。认识到股票的期权价格遵循一个扩散方程，对股票期权理论的发展和理解都很有影响。

这个 Black-Scholes-Merton 方程现在常见的一个形式是：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial S} rS + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 = rf. \quad (7)$$

方程 (7) 中，股票的期权价格 f 是作为时间 t 和股票本身价格 S 的函数， $f=f(S,t)$ 。利息 r 和不确定程度 σ 被假设为与时间无关的常数。如果利息 r 和不确定程度 σ 是时间的函数，上述方程需要做些简单修改。

给定合适的边界条件，通过求解这个方程，可以给出一个股票期权的“合理”定价。

Black-Scholes-Merton 理论对于金融理论和当代西方金融业是极为重要的。因为我们前面举的例子中的股票期权仅仅是西方金融行业中常用的金融衍生生物中最简单的一种。不仅仅股票可以有期权、股票指数、大宗商品（如原油，金属）期货都有期权，他们都是金融衍生生物。各种简单的金融衍生生物又可以组合成更为复杂的金融衍生生物。每天，各种复杂的金融衍生生物都在世界许多金融市场上交易。正如，单一股票期权的交易需要有合理的定价模型，每种复杂的金融衍生生物也需要自己的定价模型。

一般而言，复杂的金融衍生生物的定价模型常常很复杂，没有解析表达式。

对于金融衍生生物的定价，Black-Scholes-Merton 方程是至关重要的。可这个方程有一个容易引起麻烦的地方。方程中股票的期权价格 $f=f(S,t)$ 是需要求解的函数，时间 t 、股票的目标价格 S 是作为自变量进入的，利息 r 在简单的情况下，可以假设为常数。这些都是确定的因素，不会引起麻烦。但股票价格未来走向的不确定程度 σ 到底是什么呢？应该怎样计算呢？

由于我们不知道未来，只能通过分析这只股票过去的价格变化，并假设（希望）它未来的变化和过去的行为差不多。一只股票的价格变化依赖的因素太多，与企业本身的表现、竞争对手和行业的表现、整个市场的表现，以及国际国内大的社会政治经济形势都有关系。简单地讲，一只股票价格未来走向的不确定程度 σ 是很不容易估计的。如果股票价格的 σ 估计得不准，把它带入 Black-Scholes-Merton 方程，就会导致与它相关的金融衍生生物（例如，它的股票期权）的定价不准，并导致与此相关的交易存在很大的风险。简单的股票期权如此，复杂的金融衍生生物的不确定程度（波动性及相关风险）的估算就更是非常困难和容易出错的，2007 年开始的金融危机产生的原因就与这种困难密不可分。

九、不确定程度 σ 和金融危机

Black-Scholes-Merton 理论对于金融理论和现代西方金融工业非常重要。他们的工作也得到了很高的评价，Black 去世得较早，Scholes 和 Merton 分享了 1997 年的诺贝尔经济学奖。对于各种复杂的金融衍生物，许多基于 Black-Scholes-Merton 理论的推广和模型被发明出来，并被尝试应用到各种金融衍生物的交易中。

Merton 和 Scholes 也作为董事加入了由一名著名的华尔街交易员 (John Meriwether) 于 1994 年创立的一个对冲基金——长线资金管理 (Long Term Capital Management, 简称 LTCM)。LTCM 一度做得很好，加上又有明星团队愿意把钱交给他们管理和愿意借钱给他们的人和机构非常多。可好景不长，短短几年后，LTCM 就在 1998 年垮掉了。由于 LTCM 在交易中用了非常高的杠杆，即他们借了几十倍于本金的资金在交易。LTCM 的垮掉对西方金融工业冲击非常大，可能引发很多连锁反应，导致美国政府和联邦储备银行不得不出面拯救 (bailou) 它。用西方当今流行的话就是：“太大，不得不救 (too big to fail)”。

LTCM 的垮掉并不是说 Black-Scholes-Merton 理论有什么不对，只是佐证了复杂金融衍生物的风险估算是很困难的 (另外，Merton 和 Scholes 作为公司的董事，对公司的日常运作或投资决定的影响也是有限的)。

但 LTCM 的垮掉和 2007 年开始的西方金融危机相比，就是小巫见大巫了。

有很多深刻的原因导致了这次西方金融危机，包括金融体系监管制度的不完善，西方，尤其是美国近年来经济结构的不合理，人性的贪婪等，这些都不在本文的讨论范围之内。从纯粹技术的角度讲，这次西方金融危机是由于对复杂金融衍生物的风险估算不准而引发的。

20 世纪 90 年代中期，美国房地产行业开始从上次萧条中复苏。房地产行业的复苏给了金融业新的机会，金融行业同时向全球推出了“金融创新” (financial innovations)。其中两样创新，住房抵押贷款证券 (Mortgage Backed-Security, 简称 MBS) 和信用违约掉期 (Credit Default Swap, 简称 CDS)，尤其对这次金融危机有非常直接的影响。简单地讲，住房抵押贷款证券就是可以让银行把他们拥有的房地

产贷款的合约更容易地“打包、切割”，以便向市场出售的。信用违约掉期则是与住房抵押贷款证券交易相关的一项保险业务，是一种复杂的金融衍生物。前面提到，保险和期权类似，他们都是奠定在对未来不确定 (风险) 的一种预估，信用违约掉期交易双方都要估算类似不确定程度 σ (volatility) 的一些参数。

那么信用违约掉期交易的风险有多大呢？

信用违约掉期是与房屋贷款违约交易相关的一项保险，那么它的风险自然就是与房屋市场价格相关。在金融危机爆发前不久，曾经有人询问 CDS 最大的卖方美国国际集团 (American International Group, 简称 AIG) 公司当时的负责人，他们是否考虑到了房屋市场的风险。这位负责人说：“我们的模型都做了强度测试 (stress test)，即便是房价 (整体) 下降百分之十，我们的模型都没有问题”。人们又问：“如果房价 (整体) 下降超过百分之十，那会怎么样？”这位负责人回答：“这种事情历史上都没有发生过”。

后来发生的事情都已成为历史。与我们幸运买家的例子中不幸的卖家相似，AIG 作为一家保险公司，算了算它的一种保险业务 (信用违约掉期) 可能要赔的概率非常低，就卖了很多信用违约掉期。由于对信用违约掉期的风险的错误估计，导致了 AIG 濒临破产，包括 Bear Sterns 在内的许多西方著名的金融机构的破产，对西方整体金融体系以及全球经济都有深远的影响。

由于金融衍生物具有杠杆效应以及较大的风险，沃伦·巴菲特称“金融衍生物是大规模杀伤武器 (Weapons of Massive Destructive, WMD)”。

小布什政府劳师远征伊拉克的直接理由是寻找伊拉克可能藏着的大规模杀伤武器。没曾想，这大规模杀伤武器就在自己家里。

纯粹从技术角度看，导致这次金融危机的直接因素是对类似于热传播方程(7)的一个参数 σ 估计不准所致。这次金融危机再次证明了更好地估算复杂金融衍生物的风险是非常重要的。对于营利性投资机构，如果能够比竞争对手更准更快地估算复杂金融衍生物的风险，那就预示着巨大的利润和投资回报。正是由于这些原因，复杂金融衍生物的风险估算长期以来一直是处在计算科学的最前沿。自 20 世纪 70 年代起，

计算机领域的一些最新最强大的技术常常被最早的应用到这个方面。最近几年，多核并行处理器（Multi-core CPU）、并行图形处理器（Graphic Processing Unit, GPU）、云计算（Cloud Computing）都被用来估算金融衍生物的风险。

导致金融衍生物的风险估算不准的因素有很多。一个常常发生的现象是，事后看来，一个被估算是极小概率事件或被认为几乎不可能发生的事件发生了。而实际情况是，这种被认为几乎不可能发生的事件发生的概率有时候并不是极小。如果对事件发生的概率都估计错误了，很自然的，与之相关联的风险的估计也就很不可靠了。

至此，我们讨论了一些用技术和科学研究投资的方法。在这样一篇讨论用技术和科学分析投资的文章中，有必要提一下有效市场假设。因为前面描述的各种定量技术投资模型告诉我们“什么是有可能做的”，投资人有可能通过这些方法和技术战胜市场，取得超出市场平均的回报。有效市场假设在它成立的范围内，则告诉“我们什么是不可能做的”，或什么尝试是徒劳的。

十、有效市场假设

有效市场假设是投资领域中非常有名气和有一定争议的一个理论。它是关于人们连续长期投资是否可以战胜市场的可能性的假设。它有三种形式：

弱有效市场假设 人们不可以通过分析以往的历史数据（包括价格、交易量等）来战胜市场。通俗地讲就是“股票技术分析”和“股票图形分析”不能战胜市场。

中强有效市场假设 人们不可以通过大家都知道的公共消息来战胜市场。通俗的讲，就是“散户”不能战胜市场。如果这个假设成立，直接买股票指数就是散户不错的选择。

强有效市场假设 人们不可以通过公共消息和内部消息来战胜市场。通俗的讲，就是“大户”不能战胜市场。大户泛指基金、有内部消息的以及可以影响市场的投资方。

西方学术界有很多关于有效市场假设检验的研究。近年来，有研究指出，强有效市场假设对中国国内的股票投资市场是不成立的。

由于西蒙斯等的基金多年都有很好的回报，证明

市场在一定范围内，一定程度上不是有效的。那么市场到底在多大程度上是非有效（inefficient）的呢？西蒙斯说：“有效市场理论基本上是正确的，因为市场不存在大范围的无效性。但我们关注小范围和瞬间的市场反常（Efficient market theory is correct in that there are no gross inefficiencies, but we look at anomalies that may be small in size and brief in time）”。一个有实际意义的问题，在投资泡沫发生时，市场是否依然有效？

十一、再谈牛顿与投资泡沫

在本文结束之前，我们再回到本文开始提及的牛顿针对南海公司投资泡沫的感言。牛顿没有把这个投资泡沫的发生归结于任何经济或商业基本面的问题，而是强调了“群体的发狂（the madness of men 中 men 是复数）”。

这是一个很有意思的观察。每一次投资泡沫的发生都有其独特的社会和经济原因。在每一次投资泡沫发生时，不管在任何行业和地区，都会有人指出为什么这次不一样；都会有人指出为什么这次不是泡沫。

实际发生的情况常常是，投资泡沫发生时，尤其在泡沫最疯狂期，也就是说价格趋近最高点时，各种投资泡沫展现出很相似的特性，这些特性是与引发该投资泡沫具体的经济社会原因无关的。

由于牛顿时代离我们太远，我们看几个最近的比较有影响的投资泡沫。一个是 2007 年底上海证券交易所 A 股指数趋近于最高点（约 6000 点）时的行为；一个是 2000 年初美国纳斯达克指数趋近于最高点（约 5000 点）时行为；另一个是 1989 年底日本日经指数(Nikkei225)趋近于最高点(约 38000 点)时的行为。这些投资泡沫发生都有其独特的原因。20 世纪 80 年代末，日本经济如日中天；2000 年初，美国互联网创新正如火如荼。图 2 显示了三个指数在接近最高点附近时的行为。图 2 中，横坐标是距离指数达到最高点的交易日天数，指数达到最高点的那天设为 0。纵坐标是重新标度的指数，即每个交易日收盘指数除以每个指数分别达到的最高点数，这样重新标度的指数的最大值都是 1。

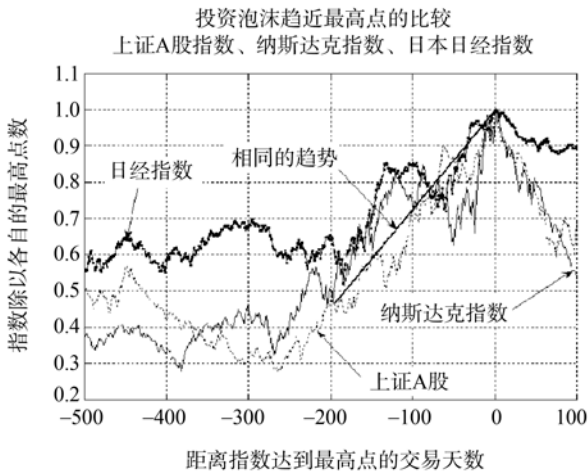


图2 投资泡沫比较，上证指数、纳斯达克指数、日经指数趋于最高点时的行为

从图2中可以看出，这三次投资泡沫在趋近最高点前几个月显示出一些相似的特性。换成物理学的语言，这些特性与“作用力”的特性无关。为什么在趋近最高点时，会显示与作用力无关的特性？这不是一种与作用力无关的多体效应呢？或按照牛顿的话，“群体的发狂”？这与统计物理中的临界现象是否有相同之处呢？作为一种多体效应，临界现象显示了与作用力无关的普适性，短程作用力产生了长程关联效应，以及临界指数发散。这些在投资泡沫中都有相似的表现。关于这些问题的研究留给读者。（关于临界现象，推荐一本好书，于渌、郝柏林、陈晓松著，《相变和临界现象》，科学出版社，2006）

投资泡沫可以覆盖整个市场，也可以仅仅在一个行业里发生，例如房地产、互联网、大宗商品等。

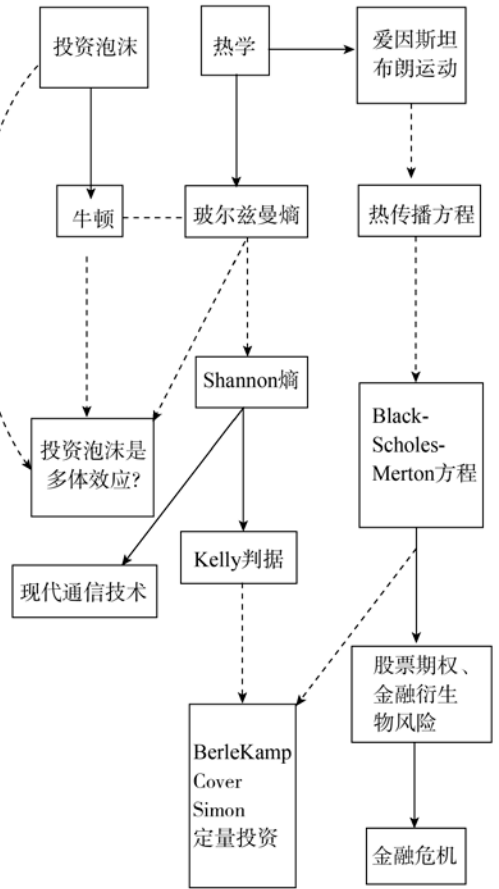


图3 从牛顿到金融危机，本文提到的一些人物与概念

研究投资市场上小的价格起伏是否可以引发成一个大的投资泡沫是非常有意义的。因为，大的投资泡沫时常导致社会资源的错误配置，而泡沫的破灭又常常会给社会经济带来重大的负面作用。另一方面，对于营利性投资机构及个人，如果能够在投资泡沫还小的时期，就可以预测大的泡沫是否形成以及是否会破灭，将会获利颇丰。当然，做这样的预测不是一件容易的事，因为在绝大部分情况下，小的价格涨落会自生自灭，不会形成大的投资泡沫。与投资泡沫相反的现象是投资恐慌（panic），它有和投资泡沫类似的行为。

十二、结论

本文介绍了物理学与通信技术、金融投资的几个联系，指出了热力学系统、通信技术和定量投资可能的一些关联，图3是本文提到的一些人物与概念。通过介绍最近几年发生的西方金融危机是如何与金融衍生物的风险估计不准相联系的，指出了金融衍生物的风险估计的重要性，而这些金融衍生物的风险是与

一类热传播方程的系数有关联的。

由于金融危机和投资泡沫都是关系到国计民生的大事，这里值得研究的，对社会经济有重大影响的问题是非常多的。希望本文的介绍能对大家了解这些领域有帮助。另一方面，希望本文介绍的概念对于营利性机构和个人的投资有帮助，尤其对有兴趣做定量投资的。

致谢 本文作者非常感谢李学潜教授多年的教育和帮助，也非常钦佩他为物理教育做的贡献。感谢他对本文的建议、修改和润色。

作者简介

李斌，南开大学物理系本科，斯坦福大学电子工程博士。现在硅谷从事技术工作，并兼做金融信号处理 (Financial Signal Processing) 的研究。联系方式：
bin.lee@gmail.com

